

На урок геометрии с рычажными весами Экспериментальная проверка уравнения теплового баланса Резиновый шнур раскручивается на гладкой горизонтальной поверхности

(дидактическая разработка для физических работ, предлагаемых на занятиях группы дополнительного образования, занимающейся по программе “Практическая физика”)

Экелекян Варужан Левонович
заведующий лабораторией физики,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики физического
факультета МГУ им. М.В.Ломоносова,
профессор Сиракузского университета (штат Нью-Йорк, США)

Уже четыре года, как в группах дополнительного образования ДНТТМ при МГДД(Ю)Т успешно работает схема интегрированного преподавания школьных предметов естественно-научного цикла: физики, математики, химии, биологии, информатики и др. Ученики возраста 8 – 17 лет восприняли результаты данного педагогического эксперимента восторженно, по крайней мере, по трем причинам:

- 1) в учебном процессе видна органическая связь между предметами,
- 2) ученик почувствовал и полюбил эффект разнообразия,
- 3) развивается новое качество - целенаправленно работать и ориентироваться в созданных условиях.

Благодаря публикациям [1 – 22] в журнале «Первое сентября», в других изданиях накопленный опыт передается и обобщается в школах Российской Федерации.

Во время проведения таких интегрированных уроков, решая, например, задачу по математике, учащиеся обязательно следят за тем, чтобы эта задача имела свой образ в какой-нибудь дисциплине, чаще всего это, естественно, физика, а далее при малейшей возможности строится алгоритм проведения расчетов на уроке информатики.

Результаты настоящей работы – это часть методологического подхода автора интегрированного преподавания физики, математики, астрономии и информатики в общеобразовательной школе и учреждениях дополнительного образования. Эта программа прошла большую апробацию. Последняя такая проверка – это участие автора на профессиональном конкурсе педагогических работников МГДД(Ю)Т «Мастерство и творчество» в номинации «Педагог дополнительного образования детей. Моя образовательная программа». Фотография демонстрирует фрагмент



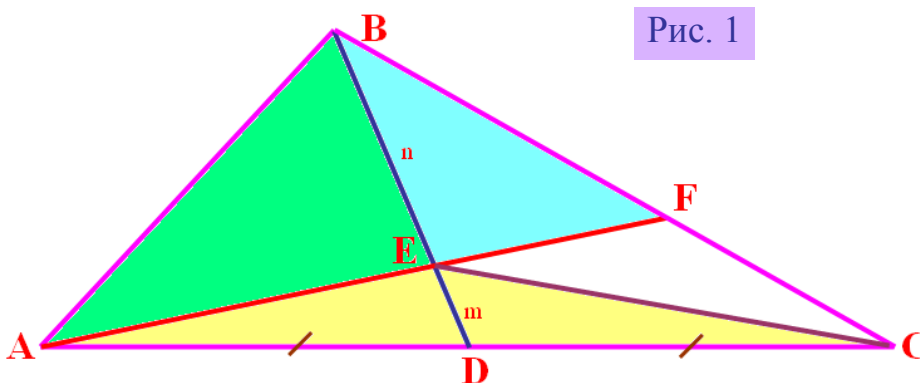


работы мастер-класса «Геометрические соотношения проверяем через взвешивания. Межпредметный подход в преподавании физики в дополнительном образовании детей», организованного автором, где ученики разного возраста и учителя практически выполняют измерения для выявления геометрических закономерностей

Ниже приводится результат такого эксперимента при сочетании геометрии, физики и информатики. Работа состоит из трех частей. В первой части решается геометрическая задача, заимствованная из [1] по курсу геометрии 8 – 9 классов общеобразовательной школы. Во второй части делаются обобщения по этой задаче и осуществляется адаптация к проведению интегрированного урока. Получаем результат, который представляет интерес в курсе физики 9 – 10 классов. Третья часть - лабораторная работа, которая выполняется на уроке информатики. Результаты геометрических расчетов проверяются экспериментально.

1. Немножко геометрии

Задача: На медиане BD треугольника ABC , площадь которого равна S , построена точка E так, что $DE = \frac{1}{4}BD$. Через точку E проведена прямая AE , пересекающая сторону BC в точке F . Найти площадь треугольника AFC .



Дано: $\triangle ABC$;

$$S_{\triangle ABC} = S ;$$

$$AD = DC$$

$$DE = \frac{1}{4}BD$$

$$F \in BC$$

Найти: $S_{\triangle AFC}$

Решение:

Для решения этой задачи вспомним, что медиана треугольника - это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны этого треугольника. У медиан треугольника следующие свойства I:

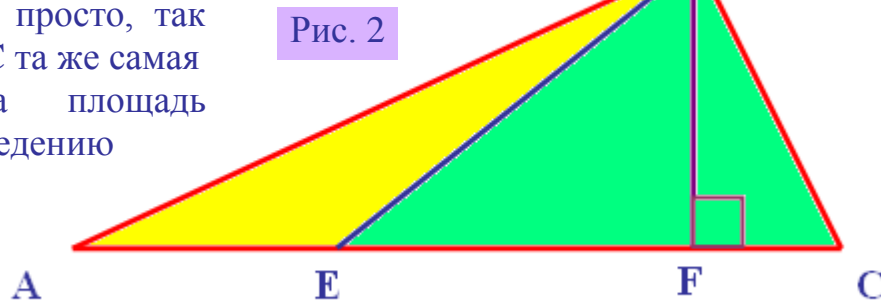
- 1) медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении $2 : 1$, считая от вершины;
- 2) медиана разбивает треугольник на два треугольника одинаковой площади;
- 3) весь треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольников.

Второй и третий пункты свойства I медианы являются частными случаями более общей теоремы:

Теорема I: если точка E делит сторону треугольника ABD на отрезки BE и ED , то площади треугольников ABE и AED относятся как эти отрезки: $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AED}} = \frac{BE}{ED}$

Доказывается эта теорема просто, так как у треугольников ABE и EBC та же самая высота BF ($BF \perp AC$), а площадь треугольника равна полупроизведению основания на высоту

$$S_{\triangle ABE} = \frac{AE \cdot BF}{2}, \quad S_{\triangle EBC} = \frac{EC \cdot BF}{2}.$$



В силу этой теоремы получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{AD}{DC} = 1 &\Rightarrow S_{\triangle ABD} = S_{\triangle DBC} = S/2; \\ \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AED}} = \frac{BE}{ED} = 3/1 &\Rightarrow S_{\triangle ABE} = 3S/8; S_{\triangle AED} = S/8; \\ \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AD}{DC} = 1 &\Rightarrow S_{\triangle AED} = S_{\triangle DEC} = S/8. \end{aligned}$$

Искомую площадь треугольника AFC обозначим через x : $S_{\triangle AFC} = x$ и применим вышеупомянутую теорему для пар треугольников BAF , FAC и BEF , FEC :

$$\frac{S_{\triangle BAF}}{S_{\triangle FAC}} = \frac{BF}{FC}, \quad \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle FEC}} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BAF}}{S_{\triangle FAC}} = \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle FEC}} \Rightarrow \frac{S-x}{x} = \frac{S-x-3S/8}{x-S/4}.$$

Решая это уравнение, окончательно получим:

$$\begin{aligned} (8x-2S)(S-x) &= x(5S-8x) \Rightarrow 8x-2S+2x=5x \Rightarrow \\ 5x &= 2S \Rightarrow \\ x &= \frac{2S}{5}. \end{aligned} \quad (1)$$

Итак, нам удалось решить задачу на основе неоднократного применения теоремы I и решения линейного алгебраического уравнения.

Ответ: $S_{\triangle AFC} = 2 \cdot S/5$.

2. Обобщенный случай

Теперь решим поставленную выше задачу в более общем случае, когда точка E делит медиану BD в отношении

$$BE = \frac{n}{m} ED.$$

Как в предыдущем случае, требуется найти площадь треугольника AFC , если известна площадь треугольника $S_{\triangle ABC} = S$.

Понятно, что в задаче, рассмотренной в первой части работы, параметры m и n выбраны как:

$$n = 3, m = 1.$$

Применим теорему I

$$\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AED}} = \frac{BE}{ED} = n/m \Rightarrow S_{\triangle ABE} = \frac{n}{2(n+m)} S; S_{\triangle AED} = \frac{m}{2(n+m)} S;$$

$$\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AD}{DC} = 1 \Rightarrow S_{\triangle AED} = S_{\triangle DEC} = \frac{m}{2(m+n)} S.$$

Далее, аналогично предыдущему случаю, получим уравнение:

$$\frac{S_{\triangle BAF}}{S_{\triangle FAC}} = \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle FEC}} \Rightarrow \frac{S-x}{x} = \frac{S-x-\frac{n}{2(m+n)}S}{x-2\frac{m}{2(m+n)}S} = \frac{2S(m+n)-2x(m+n)-nS}{2x(m+n)-2mS} \Rightarrow$$

$$(S-x)(2xm+2xn-2mS) = (2mS+nS-2xm-2xn)x,$$

решая которое найдем:

$$xn - 2mS + 2mx = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{2mS}{n+2m} \quad (2)$$

т.е.

$$S_{\triangle AFC} = x = \frac{2mS}{2m+n} \text{ и } S_{\triangle ABF} = S-x = \frac{nS}{2m+n},$$

а также

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{n}{2m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{ED}.$$

Итак, получили следующий результат, который заслуживает отдельной словесной формулировки:

если точка E на медиане BD треугольника ABC делит ее в пропорции m:n, то отрезок AF (AE) делит площади треугольников ABC и ABD в пропорции:

$$\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AED}}, \quad (3)$$

т.е. отношение площадей (масс) малых внутренних треугольников ABE и AED в два раза превышает отношение площадей (масс) внешних больших треугольников ABF и AFC. Геометрический

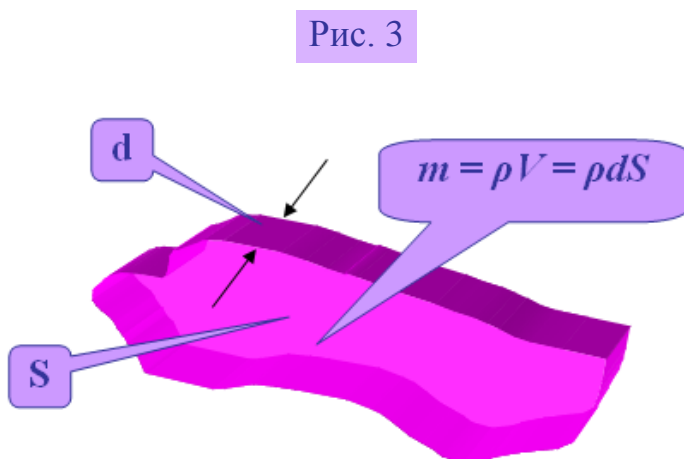
смысл коэффициента $\frac{1}{2}$ в

формуле (3) связан с тем, что отрезок BD – медиана.

Легко убедиться, что в результате (3) содержится результат (1). Существует еще один случай, с результатом которого мы знакомы: если $m = 2$, а $n = 1$, то отрезок AF является медианой, которая делит треугольник ABC на два

равновеликие треугольники ABF и AFC (см. свойство I, пункт 2)). Действительно, с помощью (2) получим

$$S_{\triangle AFC} = \frac{2mS}{2m+n} = \frac{2 \cdot 1 \cdot S}{2 \cdot 1 + 2} = \frac{S}{2} \text{ и } S_{\triangle ABF} = \frac{nS}{2m+n} = \frac{2 \cdot S}{2 \cdot 1 + 2} = \frac{S}{2}.$$



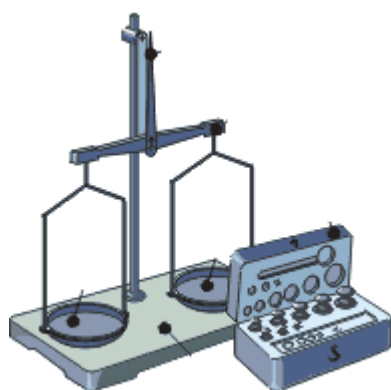
Полученный результат (3) экспериментально легко проверить. Известно, что масса m (вес $P = mg$, g - ускорение свободного падения) однородного (гомогенного) тела, имеющего постоянную толщину d прямо пропорциональна его площади S .

$$m = \rho V = \rho dS$$

В этой формуле ρ – плотность вещества, V - объем тела, причем предполагаются $\rho = \text{const}$ и $d = \text{const}$ по всему телу. То есть если на чашах рычажных весов поместить кусочки треугольников из рисунка 1, то в определенных случаях можно добиться равновесия, а в других случаях можно просто взвешивать данный фрагмент тела.

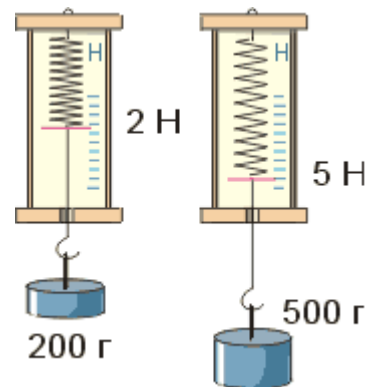
3. Экспериментальная часть

В этой, лабораторной, части работы необходимы рычажные или пружинные весы, которые обязательно имеются любом кабинете физики, альбомный лист



бумаги формата А4, ножницы, желателен персональный компьютер с программой Microsoft Word. В случае отсутствия последнего можно обходиться линейкой и карандашом.

Начнем с того, что в программе Microsoft Word создадим файл, откроем



панель рисования. Проведем прямую горизонтальную линию (отрезок AC) известной длины. Для этого в диалоговом окне «Формат автофигуры» необходимо установить высоту линии 0 см, а ширину, например 15 см. Далее в инструменте «Автофигуры», в подразделе «Полилинии» достраиваем произвольный треугольник.

Два равнобедренных или прямоугольных треугольника в Основных фигурах являются частными случаями. При необходимости можно просто пользоваться этими треугольниками, если нет желания построить их по трем сторонам.

Далее находим середину D отрезка AC, проводим медиану BD, отмечаем на ней точку E и окончательно проводим отрезок AF, проходящий через точку E. Все необходимые величины определяем с помощью диалогового окна. После этого копируем (инструмент «Копировать») полученный рисунок и еще два раза его вставляем (инструмент «Вставить») в документе. Когда на листе имеются равномерно распределенные три треугольника, файл печатаем на бумагу, а ее клеим на картон.

Вооружаясь ножницами, первый и второй рисунки с треугольниками вырезаем на части ABE и AED, а третий рисунок на части ABF и AFC.

После этого очередь подходит к подвешиванию полученных фигур. Опыт можно сопровождать вычислением погрешности, что неизбежно при взвешивании.

Реализуем три задания:

случай первый - точка E середина отрезка BD, то массы фигур ABE AED равны, а при взвешивании масса фигуры AFC должна уравновешиваться двойной массой фигуры ABF;

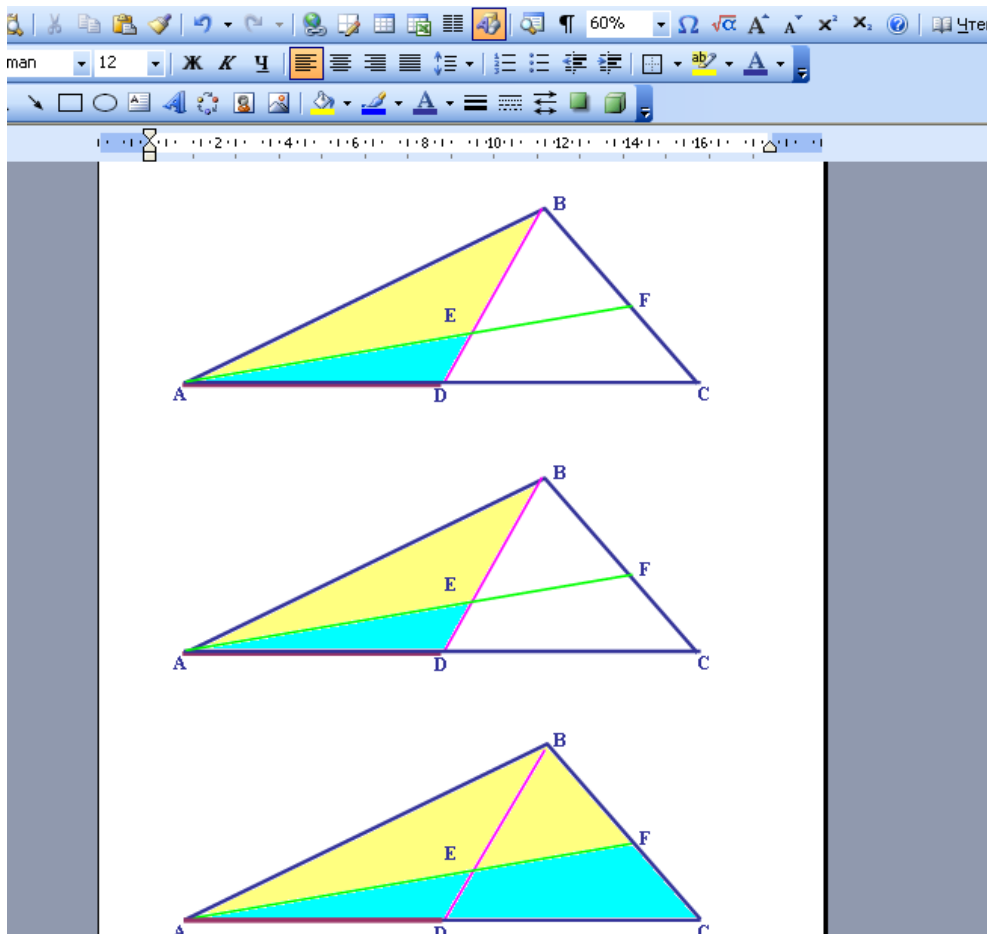


Рис. 4

случай второй - экспериментальная проверка свойства I (пункты 2) и 3)) медиан треугольника с помощью взвешивания;

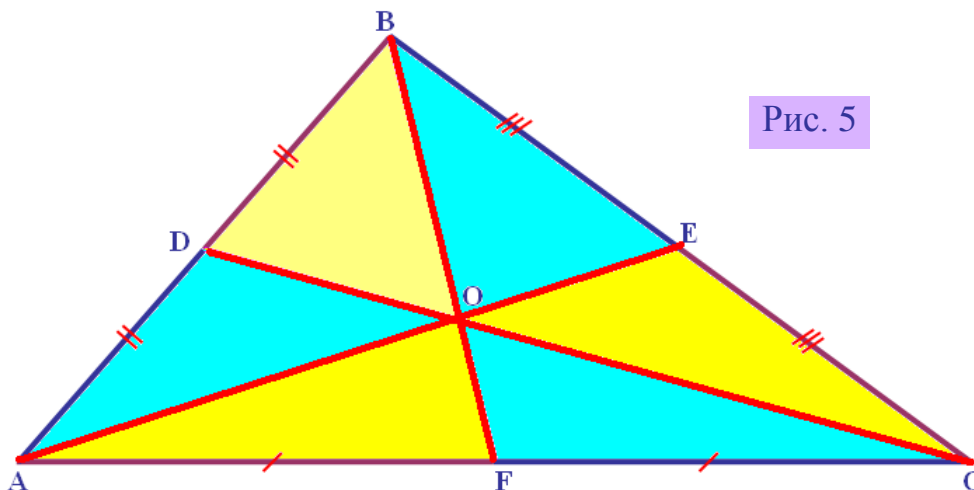


Рис. 5

случай третий – точка E подбирается произвольно на медиане BD (общий случай).

В итоге предлагается физическая проверка геометрического результата. Для трех органически связанных школьных предметов разрабатывается модель общего рассмотрения. Очевидно, что любую задачу такого рода можно подвергать указанному анализу. Заметим, что рычажные весы хорошо использовать, когда проверяется равновесие тел, тогда как пружинные весы (динамометры) напрямую взвешивают массу (вес) тела, а результаты измерения подвергаются дальнейшей обработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЗИВ Б.Г., Задачи к урокам геометрии. 7 – 11 классы. – С.-Петербург, 1998. НПО «Мир и Семья-95».

2. Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, Кадомцев и др. Геометрия: Учебник. для 7 – 9 кл. общеобразоват. учреждений. – изд. 16. – М.: Просвещение, ОАО «Московские учебники». – 2006.

3. Перышкин А.В., Гутник Е.М. Физика. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений, 8-е изд., - М.: Дрофа, 2004

4. Мякишев Г Я Буховцев Б Б Сотский Н Н Физика Учебник для 10 классов общеобразовательных учреждений. изд 12-е 14-е. М Издательство «Просвещение». М.: - 2005.

5. В.Л.Экелекян. Интегрированная лабораторная работа по информатике, математике и физике 2004 № 37 ИНФОРМАТИКА

6. В.Л.Экелекян. Решение некоторых математических задач с помощью программ Microsoft Office 2004 № 45 ИНФОРМАТИКА, 2004 № 46 ИНФОРМАТИКА

7. В.Л.Экелекян. Определение центра масс неправильного тела *Физика № 48/04*

8. В.Л.Экелекян. Проверка уравнения теплового баланса *Физика № 29/04*

9. В.Л.Экелекян. Относительность движения *Физика № 1/06*

10. В.Л.Экелекян. Основы информатики и вычислительной техники – учебно-методические лабораторные разработки-рекомендации для студентов и молодых научных работников-выпускников медицинских институтов Ереван 1988

• *Задача 1.*

Автомобиль трогается с места с ускорением $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$. При скорости $v = 36 \text{ км/ч}$ ускорение автомобиля стала равным $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$. С какой установившейся скоростью v_0 будет двигаться автомобиль, если сила сопротивления пропорциональна скорости? Силу тяги автомобиля при движении считать постоянной.

Решение:

Дано: $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$
 $v_2 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$
 $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$
 $F_{\text{сопр}} = kv$

Будем исходить из второго закона Ньютона

$$ma = F_{\text{тг}} - F_{\text{сопр}} = F_{\text{тг}} - kv \quad (1)$$

Здесь

m – масса автомобиля,

Найти: v_0

a - ускорение автомобиля, v - текущая скорость автомобиля,

$F_{\text{тг}}$ - сила тяги автомобиля, которая согласно условиям задачи постоянная ($F_{\text{тг}} = \text{const}$),

$F_{\text{сопр}} = - kv$ – сила сопротивления, которая согласно условиям задачи, пропорциональна скорости v автомобиля, k - коэффициент пропорциональности, знак минус “ - ” указывает, что скорость и сила направлены в разные стороны.

Обратим внимание на то физическое обстоятельство, что установившейся скоростью (стационарное движение с постоянной скоростью v_0) у автомобиля

появится тогда, когда сила тяги $F_{\text{тг}}$ уравновесится (компенсируется) с силой сопротивления $F_{\text{сопр}}$, т.е. согласно первому закону Ньютона автомобиль будет двигаться по инерции:

$$F_{\text{тг}} = F_{\text{сопр}}$$

или

$$F_{\text{тг}} = kv_0 \quad (2)$$

Через закон (1) учтем условия задачи о том, что когда автомобиль трогается с места (т.е. начальная скорость равняется нулю, следовательно и сила сопротивления равняется нулю) ускорение автомобиля равняется a_1 (автомобиль движется под воздействием только силы тяги):

$$ma_1 = F_{\text{тг}}, \quad (3)$$

а при скорости v_2 ускорение автомобиля стало равным a_2 :

$$ma_2 = F_{\text{тг}} - kv_2. \quad (4)$$

Рассмотрим (2) – (4) как систему трех уравнений по отношению к четырем неизвестным $F_{\text{тг}}$, m , k и v_0 :

$$\begin{cases} F_{\text{тг}} = kv_0 \\ ma_1 = F_{\text{тг}} \\ ma_2 = F_{\text{тг}} - kv_2. \end{cases} \quad (5)$$

Решая систему (5) можно определить установившейся скоростью v_0 :

$$v_0 = \frac{a_1}{a_1 - a_2} \cdot v_2 \quad (6)$$

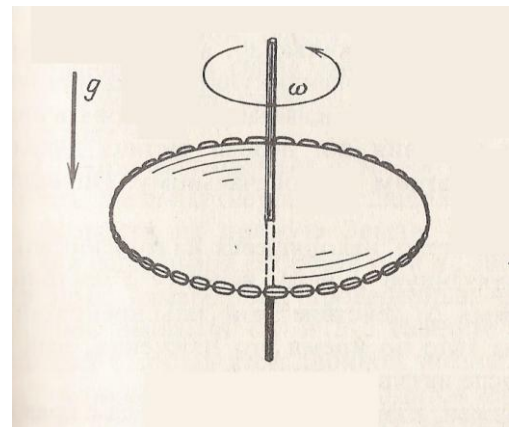
или

$$v_0 = \frac{2}{2-1} \cdot 10 = 20 \text{ м/с}$$

Ответ: 20 м/с.

• **Задача 2.**

Резиновый шнур длиной 0,8 м и массой 300 г имеет форму круглого кольца. Его положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили вокруг вертикальной оси так, что скорость каждого элемента цепочки равна 3 м/с. Найдите удлинение шнура, если его жесткость 30 Н/м.



Дано: $l_0 = 0,8 \text{ м}$
 $m = 0,3 \text{ кг}$
 $v = 3 \text{ м/с}$
 $k = 30 \text{ Н/м}$

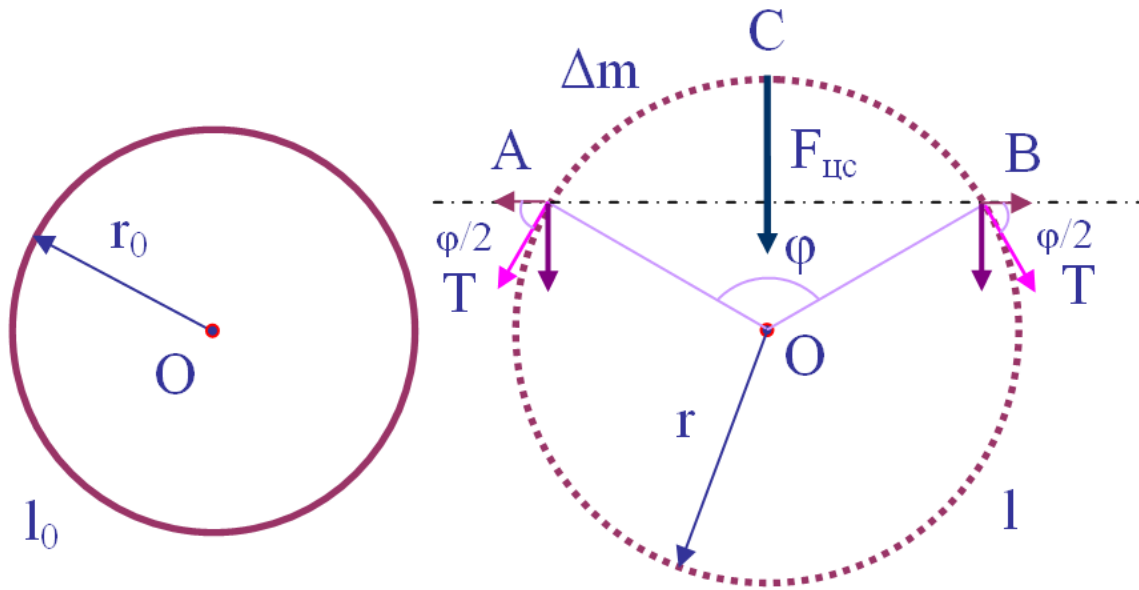
Решение:

Найти: $\Delta l ?$

Когда резиновый шнур из-за вращения кольца удлиняется, в нем возникает упругая сила $F_{\text{упрг.}}$, величина которой определяется согласно закону Гука:

$$T = |\vec{F}_{упр.}| = k\Delta l, \quad (1)$$

где удлинение шнура Δl определяется как разность новой и старой длин:



$$\Delta l = l - l_0 = 2\pi(r - r_0). \quad (2)$$

Сила упругости \mathbf{T} в любой точке нового шнура будет направлена по касательной и она по величине постоянная вдоль всего шнура.

В окружности с радиусом \mathbf{r} вращающегося шнура рассмотрим малый центральный угол φ . В точках \mathbf{A} и \mathbf{B} по касательным направлениям действуют упругие силы \mathbf{T} , которые разложим по направлению линии \mathbf{AB} и по перпендикулярному к ней направлению. Так как треугольник \mathbf{AOB} равнобедренный, то $\angle AOC = \angle BOC = \varphi/2$ и $\angle BAO = \angle ABO = (\pi - \varphi)/2$. Сила \mathbf{T} с направлением \mathbf{AB} составляет угол $\varphi/2$ согласно свойству двух углов, составленных из взаимно перпендикулярных сторон. Следовательно, вертикальные к \mathbf{AB} составляющие упругих сил \mathbf{T}_A и \mathbf{T}_B будут равны

$$T_{\perp} = T \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (3)$$

а их векторная сумма –

$$|\vec{F}_{упр.,рез.}| = |\vec{T}_A + \vec{T}_B| = 2T_{\perp} = 2T \sin \frac{\varphi}{2} \quad (4)$$

всегда смотрит в центр окружности.

Так как шнур вращается как окружность, то на каждый его элемент действует центробежная (как реакция центростремительной) сила $\mathbf{F}_{цб}$. В качестве элемента шнура рассмотрим дугу \mathbf{ABC} , которую тянет хорда \mathbf{AB} , находящаяся перед центральным малым углом φ . Массу Δm этого элемента найдем исходя из соображения однородности шнура - равные дуги шнура имеют одинаковую массу:

$$\Delta m = \frac{m}{l} \cdot \Delta l_\varphi = \frac{m}{l} \cdot (r \cdot \varphi) = \frac{m}{2\pi r} \cdot (r \cdot \varphi) = \frac{m}{2\pi} \cdot \varphi, \quad (5)$$

здесь были использованы формулы, выражающие связь между радианной мерой угла, длиной дуги и радиусом окружности, а также формула длины окружности.

Если угол φ мал, то дуга **ABC** также мала и ее можно рассматривать, как материальную точку. С учетом (5) напомним выражение центростремительной силы $F_{цс}$ для маленького участка шнура массой Δm , движущейся со скоростью \mathbf{v} по окружности радиуса \mathbf{r} :

$$F_{цс} = \frac{\Delta m \cdot v^2}{r} = \frac{m \cdot \varphi \cdot v^2}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{m \cdot \varphi \cdot v^2}{l}. \quad (6)$$

Теперь воспользуемся основной идеей для решения данной задачи - роль центростремительной силы $F_{цс}$ играет соответствующая составляющая результирующей упругой силы $F_{упр.,рез.}$:

$$2T \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{m\varphi \cdot v^2}{l} \Rightarrow 2k\Delta l \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{m\varphi \cdot v^2}{l} \Rightarrow k\Delta l \left(\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right) = \frac{m \cdot v^2}{l}. \quad (7)$$

Из курса математического анализа известно, что при малых углах (естественно, выраженных в радианах) синус тригонометрическая функция приблизительно равен углу и это приближение тем точнее, чем меньше угол:

$$\sin x \approx x \text{ если } |x| \ll 1. \quad (8)$$

Имея в виду это обстоятельство третью часть соотношения (7) перепишем как:

$$l \cdot \Delta l = \frac{m \cdot v^2}{k}, \quad (9)$$

или с учетом (2) напомним квадратное уравнение по отношению удлинению Δl :

$$\Delta l^2 + l_0 \cdot \Delta l - \frac{m \cdot v^2}{k} = 0, \quad (10)$$

решениями которого являются:

$$\Delta l_{\pm 2} = \frac{-l_0 \mp \sqrt{l_0^2 + \frac{4m \cdot v^2}{k}}}{2}. \quad (11)$$

Откажемся от отрицательного корня и окончательно остановимся на положительном ответе - напомним ответ задачи:

$$\Delta l = 0,5 \cdot \left(\sqrt{l_0^2 + \frac{4m \cdot v^2}{k}} - l_0 \right) \quad (12)$$

Проверка показывает, что у полученного ответа (12) размерность длины. Анализ полученного ответа показывает, что чем больше масса шнура, тем больше удлинение, чем больше жесткость материала шнура, тем удлинение меньше.

Получим численный ответ:

$$\Delta l = 0,5 \cdot \left(\sqrt{0,64 + \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 9}{3}} - 0,8 \right) = 0,5 \cdot (1 - 0,8) = 0,1 \text{ (м)}.$$

Ответ: 10 см

Л И Т Е Р А Т У Р А

Перышкин А.В., Гутник Е.М. Физика. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений, 8-е изд., - М.: Дрофа, 2004

Мякишев Г.Я. Буховцев Б.Б. Сотский Н.Н. Физика Учебник для 10 классов общеобразовательных учреждений. изд 12-е 14-е. М Издательство «Просвещение». М.: - 2005.

Павленко Ю.Г. Начала физики. М., Изд-во Моск. ун-та, 1988.

В.Л.Экелекян. Интегрированная лабораторная работа по информатике, математике и физике 2004 № 37 ИНФОРМАТИКА

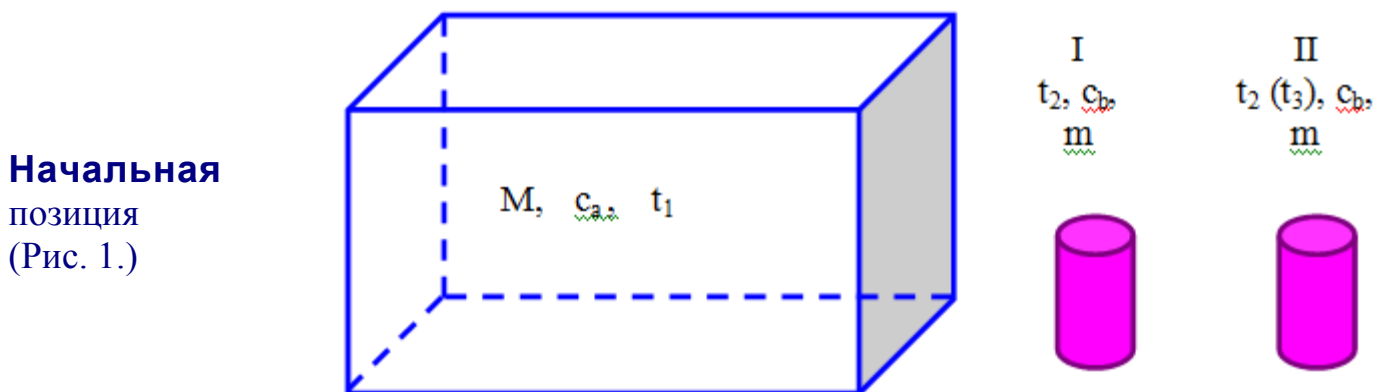
В.Л.Экелекян. Решение некоторых математических задач с помощью программ Microsoft Office 2004 № 45 ИНФОРМАТИКА, 2004 № 46 ИНФОРМАТИКА

В.Л.Экелекян. Основы информатики и вычислительной техники – учебно-методические лабораторные разработки-рекомендации для студентов и молодых научных работников-выпускников медицинских институтов Ереван 1988

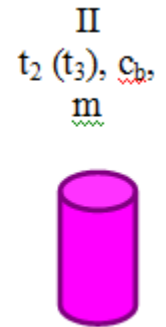
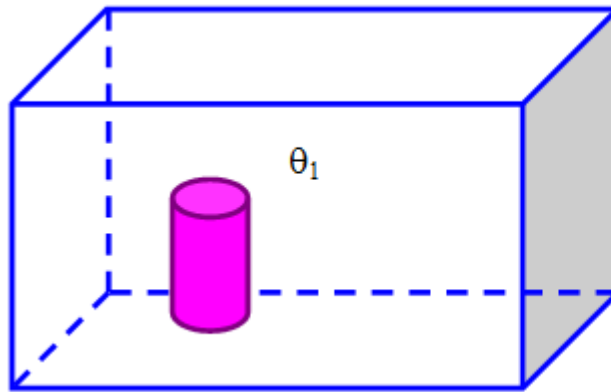
• *Лабораторная работа 1.*

Основанием настоящей лабораторной работы является задача № 564 из «Сборник задач по физике» (для 9 – 11 классов средней школы М., «Просвещение» 1988).

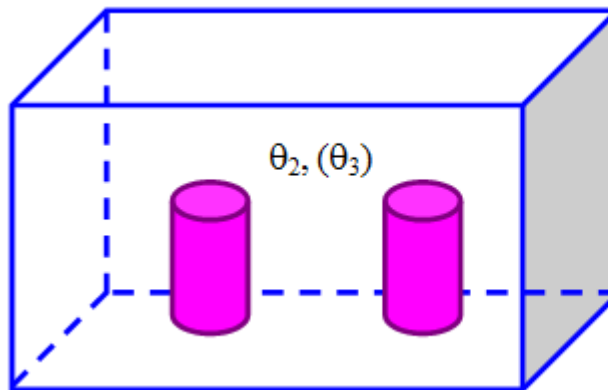
564*. После опускания в воду, имеющую температуру 10°C , тела, нагретого до 100°C , через некоторое время установилась общая температура 40°C . Какой станет температура воды, если, не вынимая первого тела, в нее опустить еще одно такое же тело, нагретое до 100°C ?



Картина после опускания в воду первого тела (Рис. 2.)



Картина после опускания в воду второго тела (Рис. 3.)



Дано:

$$t_1 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = 100^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_1 = 40^{\circ}\text{C}$$

Найти:

$$\theta_2 - ?$$

Решение:

Введем обозначения:

M - масса воды,

m - масса тела (гири),

c_a - удельная теплоемкость воды,

c_b - удельная теплоемкость тела (гири).

Решение задачи разобьем на два этапа:

1) первое тело погружается в воду, оно тепло $Q_{b,I}$ отдает, а вода это тепло получает $Q_{a,I} \Rightarrow Q_{b,I} = mc_b(t_2 - \theta_1)$; $Q_{a,I} = Mc_a(\theta_1 - t_1)$, причем $Q_{b,I} = Q_{a,I}$ (уравнение теплового баланса).

2) второе тело погружается в воду, где кроме воды находится первое тело.

Следовательно, второе тело тепло $Q_{b,II}$ отдает, а вода и первая гиря это тепло

$$\begin{cases} Q_{a,II,b,I} = Q_{a,II} + Q_{b,I,II} & \text{будут поглощать} \Rightarrow Q_{b,II} = mc_b(t_2 - \theta_2); Q_{a,II} = Mc_a(\theta_2 - \theta_1) \text{ и} \\ Q_{b,I,II} = mc_b(\theta_2 - \theta_1), & \text{причем } Q_{b,II} = Q_{a,II,b,I} \text{ (уравнение теплового баланса,} \end{cases}$$

примененная второй раз).

Напишем систему уравнений:

$$\begin{cases} mc_b(t_2 - \theta_1) = Mc_a(\theta_1 - t_1), \\ mc_b(t_2 - \theta_2) = Mc_a(\theta_2 - \theta_1) + mc_b(\theta_2 - \theta_1). \end{cases} \quad (1)$$

По отношению пяти неизвестным величинам (m, c_b, M, c_a и θ_2) имеется система двух линейных по отношению к температуре уравнений. Однако это обстоятельство не должно пугать, так как по отношению к первым четырем переменным эта система однородна. Поэтому решим эти два уравнения по отношению конфигурации $\frac{mc_b}{Mc_a}$:

$$\frac{mc_b}{Mc_a} = \frac{\theta_1 - t_1}{t_2 - \theta_1},$$

$$\frac{mc_b}{Mc_a} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 + \theta_1 - 2\theta_2} \Rightarrow \quad (2)$$

$$\frac{\theta_1 - t_1}{t_2 - \theta_1} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 + \theta_1 - 2\theta_2}$$

Последнее уравнение линейное по отношению к единственной неизвестной величине θ_2 . Решая его, получим температуру воды, если, не вынимая первого тела, в нее опустить еще одно такое же тело:

$$\theta_2 = \frac{t_1(t_2 + \theta_1) - 2t_2\theta_1}{2t_1 - t_2 - \theta_1}. \quad (3)$$

Производя численный расчет, получим:

$$\theta_2 = \frac{10(100 + 40) - 2 \cdot 100 \cdot 40}{2 \cdot 10 - 100 - 40} = \frac{140 - 800}{2 - 14} = \frac{660}{12} = \frac{110}{2} = 55^\circ \text{C}.$$

Итак, окончательная температура будет 55°C .

Перед тем, как изложить суть лабораторной работы, предыдущую задачу решим для более реалистического случая, когда при переложении второго тела, его исходная температура равна t_3 и отлична от первоначальной температуры первого тела t_2 . Если обозначить искомую температуру θ_3 , то исходное уравнение (1) слегка изменится - все величины с нижним индексом "2" заменятся на соответствующие величины с нижним индексом "3" (см. также Рис. 1., 2. и 3.):

$$\left\{ \begin{array}{l} mc_b(t_2 - \theta_1) = Mc_a(\theta_1 - t_1), \\ mc_b(t_3 - \theta_3) = Mc_a(\theta_3 - \theta_1) + mc_b(\theta_2 - \theta_1), \\ \frac{\theta_1 - t_1}{t_2 - \theta_1} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_3 - 2\theta_3 + \theta_1}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Именно такое изменение имеет место, когда решаем эту систему уравнений. Результат выглядит так:

$$\theta_3 = \frac{\theta_1(t_2 + t_3) - t_1(\theta_1 + t_3)}{2t_1 + t_2 + \theta_1}. \quad (5)$$

Сейчас можно приступить к выполнению самой лабораторной работе.

Оборудование: набор одинаковых металлических гирь с приспособлением переставлять (можно просто привязать ниточку), сосуд с водой, канистр с водой и возможностью нагрева (можно бытовым кипятильником), термометры.

Ход эксперимента: в кастрюле готовым кипятком, две одинаковые гири помещаем в кастрюлю, готовым второй сосуд с водой. Измеряем температуру в сосуде, результат t_1 заносим в таблицу, измеряем температуру воды в кастрюле и результат t_2 заносим в таблицу, быстро переносим один из гирь в сосуд и через 30 секунд измеряем установившуюся температуру, результат θ_1 заносим в таблицу. Еще раз измеряем температуру воды в кастрюле и результат t_3 заносим в таблицу. Последний раз переносим уже вторую гирю в сосуд и примерно через 30 с измеряем установившуюся температуру а результат θ_3 заносим в таблицу. На базе чисел t_1 , t_2 , θ_1 и t_3 по формуле (5) вычисляем теоретически ожидаемое значение $\theta_{3\text{теор}}$.

Опыт повторяется три раза. Результаты заносятся в Таблицу. Таблица

	Экспериментальное значение в $^{\circ}\text{C}$			Теоретическое значение в $^{\circ}\text{C}$			Относительная погрешность в процентах		
	I опыт	II опыт	III опыт	Результат I-го измерения (I опыт)	Результат II-го измерения (II опыт)	Результат III-го измерения (III опыт)		II опыт	III опыт
t_1									
t_2									
t_3									
θ_1									
θ_2									
θ_3				опыт					

Относительная погрешность вычисляется по формуле:

$$\eta = \frac{|\theta_{3\text{exp}} - \theta_{3\text{theor}}|}{\theta_{3\text{exp}}} \cdot 100\% \quad (6)$$

Вычисления теоретического значения температуры и относительной погрешности производится в программе Microsoft Excel, куда достаточно ввести числа t_1 , t_2 , θ_1 и t_3 и она (программа) сама вычислит $\theta_{3\text{теор}}$ и на основе формулы (6) относительную погрешность. Для этого достаточно копировать данные из Таблицы в Microsoft Excel (см. соответствующий файл) и наоборот вычисленные программой Microsoft Excel данные копировать в Таблицу.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Экеleckян В.Л. **О методике решения задач на тему «Теория относительности Галилея»** // *Архимед*, 2010. Вып. 6. стр. 93 – 102.
2. Экеleckян В.Л. **Задача о раскручивании резинового шнура.** // *Архимед*, 2008. Вып. 4. стр. 152 – 155.
3. Экеleckян В.Л., Экеleckян Л.В. **Исследование одной головоломки.** // *Архимед*, 2011. Вып. 7. стр. 110 – 114

4. Экеleckян В.Л., Экеleckян Л.В. **Давайте пожонглируем немножко!** // **Архимед**, 2009. Вып. 5. стр. 129 – 135.
5. Экеleckян В.Л., Экеleckян Л.В. **Методика решения задач по информатике с помощью элементов логики и комбинаторики.** // **Архимед**, 2008. Вып. 4. стр. 170 – 172.
6. Экеleckян В.Л. **От геометрии к экспериментальной работе по физике и обратно** // **Архимед**, 2012. Вып. 8. стр. 106 – 115.
7. Экеleckян В.Л. **Интегрированная лабораторная работа по информатике, математике и физике.** // **Информатика «Первое сентября»**, 2004. № 37. стр. 22-24, 31
8. Экеleckян В.Л. **Решение некоторых математических задач с помощью программ Microsoft Office 2004.** // **Информатика «Первое сентября»**, 2004. № 45. стр. 14-15, 18
9. Экеleckян В.Л. **Решение некоторых математических задач с помощью программ Microsoft Office № 46** // **Информатика «Первое сентября»**, 2004. № 46. стр. 13-15
10. Экеleckян В.Л. **Определение центра масс неправильного тела.** // **Физика «Первое сентября»**, 2004. № 48/04. стр. 19-20
11. Экеleckян В.Л. **Проверка уравнения теплового баланса.** // **Физика «Первое сентября»**, 2004. № 29/04. стр. 21-22
12. Экеleckян В.Л. **Относительность движения.** // **Физика «Первое сентября»**, 2006. № 1/06. стр. 14-16
13. Экеleckян В.Л. **Основы информатики и вычислительной техники.** Учебно-методические лабораторные разработки-рекомендации для студентов и молодых научных работников-выпускников медицинских институтов. - Ереван, 1988.
14. Экеleckян В.Л. **Логика решения экзаменационных заданий типа В ЕГЭ – Математика.** –М.: Департамент образования г. Москвы, ЮЗОУ, ОМЦ Единый государственный экзамен по математике: вчера, сегодня, завтра, 2009. стр. 104 – 109,
15. Экеleckян В.Л., Экеleckян Л.В. **Методика преподавания элементов теории вероятностей, комбинаторики, элементов логики в 7 – 9 классах общеобразовательной школы на примерах решения практических задач.** // **Теория и методика. Том 1.** / Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-методический сборник в двух томах. - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»**, 2009. стр. 379 – 385.
16. Экеleckян В.Л. **Задача «счастливого билета» в ракурсе комбинаторики, информатики, теории вероятностей и математической статистики** // **Теория и методика. Том 1.** / Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-методический сборник в двух томах. - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»**, 2009. стр. 386 – 398.
17. Экеleckян В.Л., Экеleckян Л.В. **Как сделать уроки физики и математики в 5 – 7 классах более интересными и увлекательными** // **Теория и методика. Том 1.** / Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-

- методический сборник в двух томах. - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»**, 2010. стр. 451 – 460
18. **Экелекян В.Л., Экелекян Л.В. Методика преподавания некоторых основ логики в школьном курсе «Информатика» с точки зрения классической китайской арифметики** // Теория и методика. Том 1. / Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-методический сборник в двух томах. - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»**, 2010. стр. 461 – 468
19. **Экелекян В.Л. О методике решения пяти задач на тему «Относительность движения» в школьном курсе физики** // Теория и методика. Том 1. / Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-методический сборник в двух томах. - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»**, 2010. стр. 469 – 478
20. **Экелекян В.Л. Обобщение, математизация и компьютеризация одной кинематической задачи с целью создания проекта по экспериментальной физике.** / Исследовательский подход в образовании: проблема подготовки педагога. Научно-методический сборник в двух томах./ Теория и методика в образовании: / - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»** МПГУ, 2012. Том 1.стр. 904 – 915
21. **Экелекян В.Л. Методика интегрированного подхода в задачах физики или как задачу геометрии превратить в экспериментальную работу по физике в группах дополнительного образования различных возрастных категорий.** / Исследовательский подход в образовании: проблема подготовки педагога. Научно-методический сборник в двух томах./ Теория и методика в образовании: / - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»** МПГУ, 2012. Том 1.стр. 916 – 933
22. **Экелекян В.Л. Трансцендентные числа π и e – основные математические постоянные природы (определения, свойства, соотношения, история и мифы)** / Исследовательский подход в образовании: проблема подготовки педагога. Научно-методический сборник в двух томах./ Теория и методика в образовании: / - М.: **Общероссийское общественное Движение творческих педагогов «Исследователь»** МПГУ, 2012. Том 1.стр. 934 – 946